

08 a 11 de Outubro de 2018  
Instituto Federal Fluminense  
Búzios - RJ

## IDENTIFICAÇÃO DE DANOS ESTRUTURAIS EM UMA VIGA DE EULER-BERNOULLI COM O METAMODELO KRIGING

**Isabela Cristina da Silveira e Silva Rangel**<sup>1</sup> - isilva@iprj.uerj.com

**Luciano dos Santos Rangel**<sup>2</sup> - lrangel@iprj.uerj.com

**Leonardo Tavares Stutz**<sup>3</sup> - ltstutz@iprj.uerj.br

**Diego Campos Knupp**<sup>4</sup> - diegoknupp@gmail.com

<sup>1,2,3,4</sup>Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico - Nova Friburgo, RJ, Brasil

<sup>1,2</sup>Faculdade Professor Miguel Ângelo da Silva Santos - Macaé, RJ, Brasil

**Resumo.** *No presente trabalho, é abordada a identificação de danos estruturais em uma viga Euler-Bernoulli simplesmente apoiada. O metamodelo Kriging foi adotado no problema de identificação de danos, a partir da relação entre os parâmetros nodais de coesão e a matriz de flexibilidade estrutural. O problema inverso da identificação de danos é definido como um problema de otimização, onde o objetivo é minimizar, com relação aos parâmetros nodais de coesão, a diferença entre o vetor de resposta experimental, composto por elementos da matriz de flexibilidade obtida de um ensaio experimental na suposta estrutura danificada, e o correspondente, previsto por um metamodelo Kriging. O método de otimização Enxame de Partículas (Particle Swarm Optimization - PSO) foi considerado para resolver o problema inverso de identificação de danos resultante. Frente aos resultados numéricos, pode-se concluir que a estratégia foi capaz de localizar e identificar os danos com acurácia.*

**Palavras-chave:** *Identificação de danos, Modelo Kriging, Matriz de flexibilidade*

### 1. INTRODUÇÃO

A identificação de danos estruturais é uma questão de fundamental importância na determinação da confiabilidade e a vida útil de estruturas aeroespaciais, civis e mecânicas (Santos et al., 2008). Análises numéricas e experimentais podem ser realizadas com intuito de fornecer recursos para uma correta avaliação da integridade da estrutura, podendo assim, estabelecer critérios para a utilização da estrutura com segurança, além do estudo de métodos de identificação de danos, que têm despertado o interesse de vários pesquisadores. Entre as abordagens de identificação de danos, destaca-se as não destrutivas, baseadas no comportamento dinâmico das estruturas (Stutz et al., 2015).

Neste contexto, um problema de identificação de danos pode ser tratado como um problema inverso de estimação de parâmetros. Na literatura especializada, os problemas de identificação de danos são geralmente formulados considerando um modelo de elementos finitos (MEF) da

estrutura. No entanto, a consideração de um MEF pode resultar em um elevado custo computacional.

Com o objetivo de obter abordagens computacionalmente mais eficientes, na formulação do problema inverso, o MEF pode ser substituído por metamodelos. O modelo Kriging, o Modelo de Superfície de Resposta e as Redes Neurais Artificiais são alguns exemplos de metamodelos utilizados, nas mais diversas aplicações, na formulação de problemas diretos e inversos.

O modelo Kriging é um método de interpolação, baseado em análise estatística, capaz de fornecer funções explícitas que representam a relação entre as variáveis de entrada e de saída de sistemas não lineares para estimativa de respostas e estimação de parâmetros (Silva Cardoso, 2016).

No presente trabalho, a identificação de danos estruturais é realizada utilizando os dados modais da estrutura, especificamente a matriz de flexibilidade estrutural. Na formulação do problema inverso, considerou-se o modelo Kriging em substituição ao MEF de uma viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada. Para a resolução do problema inverso, foi considerado o método de otimização estocástico Enxame de Partículas (Particle Swarm Optimization - PSO).

O conteúdo deste trabalho é organizado como se segue. Na Seção 2 é apresentada a modelagem matemática da viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada, além do campo de dano adotado e a definição da matriz de flexibilidade. Os principais aspectos do modelo Kriging são apresentados na Seção 3. De forma sucinta, na Seção 4, será apresentada a formulação do problema inverso. Por fim, nas Seções 5 e 6 são apresentados os resultados numéricos e as conclusões do presente trabalho.

## 2. MODELAGEM MATEMÁTICA

Na abordagem adotada no presente trabalho, o dano é continuamente descrito ao longo da estrutura por um parâmetro de coesão definido como

$$\beta(x) = \frac{E(x)I(x)}{E_0I_0} \quad (1)$$

onde  $E(x)$  e  $I(x)$  são, respectivamente, o módulo de elasticidade e o momento de inércia de área da seção transversal, em um ponto  $x$  da viga, e  $E_0$  e  $I_0$  são os correspondentes valores nominais. Esse parâmetro relaciona-se com a ligação entre os pontos materiais e pode ser interpretado como uma medida do estado de coesão local do material, onde, idealmente,  $0 \leq \beta \leq 1$  (Stutz et al., 2005).

Considerando, por simplicidade, que a viga possui seção retangular e que o módulo de elasticidade é uniforme, de acordo com a Eq. (1), tem-se

$$\beta(x) = \left( \frac{h(x)}{h_0} \right)^3 \quad (2)$$

onde  $h_0$  e  $h(x)$ , indicam, respectivamente, a espessura nominal e a espessura da viga na posição  $x$ . Discretizando espacialmente o campo de coesão em  $n_p$  elementos, pelo MEF, tem-se o vetor de parâmetros nodais de coesão  $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n_p}]^T$ , onde  $T$  representa a transposição do vetor.

As frequências naturais não amortecidas e formas de modais de uma estrutura podem ser obtidas a partir do problema de autovalor generalizado

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M})\phi_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

onde  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{K}$  são, respectivamente, as matrizes de massa e de rigidez, de dimensão  $n \times n$ ,  $\omega_i$  é a  $i$ -ésima frequência natural não-amortecida e  $\phi_i$  é a  $i$ -ésima forma modal da estrutura. Considerando as formas modais normalizadas em relação à matriz de massa, tem-se

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I} \quad (4)$$

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \Lambda \quad (5)$$

sendo  $\Phi$  a matriz modal,  $\mathbf{I}$  a matriz identidade e  $\Lambda$  uma matriz diagonal cujo  $i$ -ésimo componente (autovalor) é dado por  $\omega_i^2$ , ou seja, pelo valor quadrático da correspondente frequência natural não-amortecida do sistema.

Partindo da Eq. (5) e do fato de a matriz de flexibilidade de uma estrutura ser definida como a inversa da matriz de rigidez, tem-se

$$\mathbf{G} = \Phi \Lambda^{-1} \Phi^T = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2} \phi_i \phi_i^T \quad (6)$$

Devido às limitações práticas inerentes aos testes modais, uma aproximação da matriz de flexibilidade pode ser obtida experimentalmente, como

$$\mathbf{G}_E = \sum_{i=1}^{n_E} \frac{1}{\omega_{iE}^2} \phi_{iE} \phi_{iE}^T \quad (7)$$

onde  $n_E < n$  é o número de modos obtidos do ensaio experimental,  $\omega_{iE}$  e  $\phi_{iE}$  são, respectivamente, a  $i$ -ésima frequência natural não-amortecida e a  $i$ -ésima forma modal obtidas experimentalmente. A ordem da matriz de flexibilidade experimental  $\mathbf{G}_E$  depende apenas do número  $m$  de graus de liberdade (GDL) medidos no ensaio modal, que é equivalente ao número de componentes das formas modais experimentais  $\phi_{iE}$ . Sendo assim, em um problema de identificação de danos estruturais baseado na matriz de flexibilidade, se faz necessário a determinação da matriz de flexibilidade reduzida  $\bar{\mathbf{G}}$ ,

$$\bar{\mathbf{G}} = \sum_{i=1}^{n_E} \frac{1}{\omega_i^2} \bar{\phi}_i \bar{\phi}_i^T \quad (8)$$

onde  $\bar{\phi}_i$  representa a  $i$ -ésima forma modal, prevista pelo MEF, cujos elementos englobam apenas os  $m$  GDL medidos no ensaio de vibração.

### 3. MODELO KRIGING

O Kriging é um metamodelo baseado em um processo estocástico. Foi originalmente apresentado em geoestatística e posteriormente utilizado em projetos de engenharia (Yang et al., 2017). O modelo Kriging, assim como todo metamodelo, tem como objetivo básico fornecer uma relação entre dados de entrada e dados de saída, ou respostas da estrutura. No presente trabalho, os dados de entrada são representados por combinações dos parâmetros nodais de coesão,  $\mathbf{X} = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_c}\}^T$ , e os correspondentes dados de saída são elementos da matriz de flexibilidade reduzida,  $\mathbf{G}$ , que por simplicidade a matriz de flexibilidade reduzida será referida como  $y$ . Portanto, para as realizações das amostras de entrada, obtêm-se suas saídas  $\mathbf{Y} = \{y_1, y_2, \dots, y_{N_c}\}^T$ . Assim, para uma dada resposta  $y$ , tem-se

$$y(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{f}^T(\boldsymbol{\beta}) \boldsymbol{\mu}_z + z(\boldsymbol{\beta}) \quad (9)$$

onde  $\mathbf{f}^T(\boldsymbol{\beta})$  é um vetor contendo os polinômios das combinações de  $\boldsymbol{\beta}$ ,  $\boldsymbol{\mu}_z$  é o vetor de coeficiente da regressão linear a serem estimados,  $z(\boldsymbol{\beta})$  é o erro, assumindo que segue uma distribuição normal com média nula e desvio padrão  $\sigma_z$  e  $N_c$  é a quantidade de amostras.

O modelo Kriging recupera precisamente a resposta dado uma combinação na regressão polinomial, sendo assim, o desvio do erro é referente ao erro de modelagem, independente dos fatores aleatórios. A parte polinomial é frequentemente considerada constante na literatura especializada, portanto o modelo Kriging se resume em estimar  $z(\boldsymbol{\beta})$ . A Krigagem parte do princípio que o modelo gerado é contínuo, ou seja, quaisquer dois pontos tendem a ter o mesmo valor, o quanto a distância entre eles forem próximas de zero. Com isso, a correlação entre  $z(\boldsymbol{\beta})$  de quaisquer dois pontos de amostragem pode ser expressa como uma função de sua distância espacial. O modelo de correlação Gaussiano é adaptado como:

$$R(z(\boldsymbol{\beta}_i), z(\boldsymbol{\beta}_j)) = \exp\left(-\sum_{k=1}^{n_p} \theta_k |\beta_i^k - \beta_j^k|^2\right) \quad (10)$$

onde  $\beta_i^k$  e  $\beta_j^k$  são as  $k$ -ésimas componentes de dois pontos  $\boldsymbol{\beta}_i$  e  $\boldsymbol{\beta}_j$  e  $\theta_k$  controla a taxa de decaimento da correlação em diferentes dimensões. A correlação é afetada pela escolha de  $\theta_k$ , a partir de  $\theta_k$  pode-se verificar o quanto uma variável pode influenciar na resposta, um valor baixo indica que as correlações são pouco afetadas, ou seja, o parâmetro associado a  $\theta_k$  tem pouca influência na resposta. Já um valor mais elevado para  $\theta_k$  indica que o parâmetro possui maior influência na resposta (Silva Cardoso, 2016).

Então a matriz de correlação entre os pontos de amostra é obtida como

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R(z(\boldsymbol{\beta}_1), z(\boldsymbol{\beta}_2)) & \dots & R(z(\boldsymbol{\beta}_1), z(\boldsymbol{\beta}_{N_c})) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R(z(\boldsymbol{\beta}_{N_c}), z(\boldsymbol{\beta}_1)) & \dots & R(z(\boldsymbol{\beta}_{N_c}), z(\boldsymbol{\beta}_{N_c})) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Para obter a correlação é necessário definir um problema de otimização não linear, minimizando os parâmetros  $\theta_k$  de cada variável. No processo de minimização, é utilizada uma função de verossimilhança, onde o cálculo da estimativa por máxima verossimilhança resulta nos melhores valores para os parâmetros do modelo Kriging. A função de verossimilhança do ponto de amostragem pode então ser escrita com o

$$L = \frac{1}{(2\pi\sigma_z^2)^{n_p/2} |\mathbf{R}|^{1/2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\mu}_z)^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\mu}_z)}{2\sigma_z^2}\right] \quad (12)$$

onde  $\mathbf{F}$  é matriz do vetor  $\mathbf{f}$  de cada amostra, comumente considerada como a matriz identidade,  $|\mathbf{R}|$  é o determinante da matriz de correlação  $\mathbf{R}$ , que é função de  $\theta_k$ . De acordo com a estimativa por máxima verossimilhança, pode-se obter

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_z = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}) \quad (13)$$

$$\hat{\sigma}_z = \frac{(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\mu})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\mu})}{N_c} \quad (14)$$

A forma logarítmica da função de máxima verossimilhança pode ser escrita como

$$\ln(L) \approx -\frac{n_p}{2} \ln(\sigma_z^2) - \frac{1}{2} \ln|\mathbf{R}| \quad (15)$$

Como o valor da função depende do valor de  $\theta_k$  que a maximize, se faz necessário um método de otimização, que no presente trabalho foi utilizado o algoritmo PSO.

### 3.1 Predição do modelo

Com os valores de  $\theta_k$  determinados, um modelo de Krigagem vinculando aos pontos de amostragem e as respectivas respostas é construído. O próximo passo é prever o valor de novos pontos. Para qualquer ponto  $\beta_0$ , seguindo o princípio de que o valor previsto para o ponto continua a maximizar a função de verossimilhança aumentada tanto do ponto de amostra quanto do novo ponto, o vetor de correlações entre a amostra e a predição é dado por

$$\mathbf{R}_{\beta_0} = \begin{bmatrix} R(z(\beta_1), z(\beta_0)) \\ \vdots \\ R(z(\beta_{N_c}), z(\beta_0)) \end{bmatrix} \quad (16)$$

A matriz de correlações aumentada é

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\beta_0} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{R}_{\beta_0} \\ \mathbf{R}_{\beta_0}^T & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Aumentado o vetor de respostas  $\mathbf{Y}$  com a predição desejada tem-se o vetor  $\tilde{\mathbf{Y}} = \{\mathbf{Y}^T, \hat{y}\}^T$  e a função de ln-verossimilhança da amostra aumentada é

$$\ln(L) = -\frac{n_p}{2} \ln(2\pi) - \frac{n_p}{2} \ln(\hat{\sigma}_z^2) - \frac{1}{2} \ln|\mathbf{R}| - \frac{(\tilde{\mathbf{Y}} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\mu}}_z)^T \tilde{\mathbf{R}}^{-1} (\tilde{\mathbf{Y}} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\mu}}_z)}{2\hat{\sigma}_z^2} \quad (18)$$

Será considerado apenas o último termo na maximização, visto que este depende de  $\hat{y}$ . Substituindo  $\tilde{\mathbf{Y}}$  e  $\tilde{\mathbf{R}}_{\beta_0}$  na Eq. 18, temos

$$\ln(L) \approx \frac{- \begin{bmatrix} \mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\mu}}_z \\ \hat{y} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{R}_{\beta_0} \\ \mathbf{R}_{\beta_0}^T & \mathbf{1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\mu}}_z \\ \hat{y} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_z \end{bmatrix}}{2\hat{\sigma}_z^2} \quad (19)$$

Removendo os termos sem  $\hat{y}$ , diferenciando e igualando a 0, a estimativa por máxima verossimilhança para  $\hat{y}$  é dada por

$$\hat{y}(\beta_0) = \hat{\boldsymbol{\mu}}_z + \mathbf{R}_{\beta_0}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\mu}}_z) \quad (20)$$

## 4. PROBLEMA INVERSO DE IDENTIFICAÇÃO DE DANOS

Com o objetivo de definir o problema de identificação de danos construído a partir de um modelo Kriging da matriz de flexibilidade, define-se o vetor de resposta generalizada

$$\hat{\mathbf{y}} = [\hat{G}_{11} \ \hat{G}_{12} \ \dots \ \hat{G}_{1m} \ \dots \ \hat{G}_{22} \ \hat{G}_{23} \ \dots \ \hat{G}_{2m} \ \dots \ \hat{G}_{mm}]^T \quad (21)$$

onde  $\hat{G}_{ij}$  é a estimativa do modelo Kriging para um elemento  $\bar{G}_{ij}$  da matriz de flexibilidade reduzida  $\bar{\mathbf{G}}$  e  $m$  é o número de colunas (ou linhas) desta matriz. Vale ressaltar que, devido à simetria da matriz de flexibilidade reduzida, nem todos os seus componentes são considerados na definição do vetor de resposta generalizada  $\hat{\mathbf{y}}$ , como pode ser observado na Eq. (21).

O correspondente vetor de resposta generalizada experimental pode ser definido como

$$\mathbf{y}_E = [G_{11E} \ G_{12E} \ \dots \ G_{1mE} \ \dots \ G_{22E} \ G_{23E} \ \dots \ G_{2mE} \ \dots \ G_{mmE}]^T \quad (22)$$

cujos componentes são os elementos da matriz de flexibilidade experimental. Sendo assim, o problema inverso de identificação de danos pode ser definido como um problema de otimização.

$$\min_{\boldsymbol{\beta}} \mathcal{F} \text{ de modo que } 0 \leq \beta_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n_p \quad (23)$$

sendo o funcional  $\mathcal{F}$  definido como

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} (\mathbf{y}_E - \hat{\mathbf{y}}(\boldsymbol{\beta}))^T \mathbf{W} (\mathbf{y}_E - \hat{\mathbf{y}}(\boldsymbol{\beta})) \quad (24)$$

onde  $\mathbf{W}$  é a matriz de covariância dos erros experimentais. No presente trabalho, o método de otimização PSO (Kennedy e Eberhart, 1995) foi considerado para resolver o problema inverso de identificação de danos.

## 5. RESULTADOS NUMÉRICOS

No presente trabalho, foi considerada uma viga de aço simplesmente apoiada com 1,46 m de comprimento,  $7,9375 \times 10^{-3}$  m de espessura,  $7,62 \times 10^{-2}$  m de largura, momento de inércia de área  $3,1756 \times 10^{-9}$  m<sup>4</sup>, módulo de elasticidade  $2,07 \times 10^{11}$  Pa e  $7,85 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup> de massa específica.

A viga foi discretizada pelo MEF em 24 elementos finitos do tipo Euler-Bernoulli, onde cada elemento possui dois nós e cada nó possui dois graus de liberdade (GDL), um de rotação e outro de translação, e um parâmetro de coesão. Logo, a viga possui um total de 48 GDL, considerando-se as condições de contorno simplesmente apoiada, e 25 parâmetros nodais de coesão.

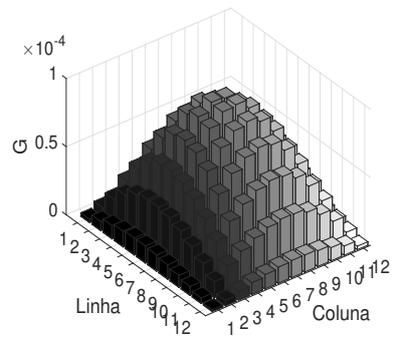
A matriz de flexibilidade experimental sintética foi obtida com o MEF da estrutura danificada, onde as formas modais foram corrompidas com ruído aditivo Gaussiano, com média nula e determinado desvio padrão,  $\mathcal{N}(0, \sigma_r)$ .

$$\phi_{iE} = \phi_{iE}^0 + \mathcal{N}(0, \sigma_r), \quad i = 1, 2, \dots, n_E \quad (25)$$

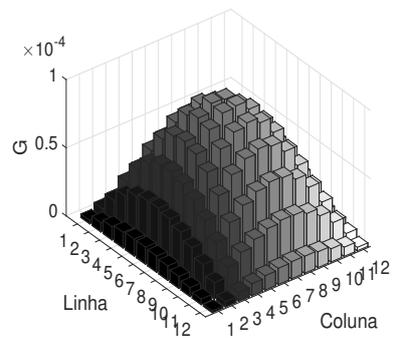
sendo  $\phi_{iE}$  e  $\phi_{iE}^0$ , os modos de vibração contaminados com ruído e os modos de vibração sem ruído, respectivamente, e  $\sigma_r$  é o nível de ruído. Considerou-se que apenas os modos de vibração contidos na faixa de 0 a 1000 Hz foram medidos em um ensaio experimental e as formas modais foram obtidas em 12 posições igualmente espaçadas ao longo da viga, sendo os GDL medidos verticalmente nos nós 2, 6, 10, ..., 46.

Na formulação do problema inverso de estimação de parâmetros, considerou-se o modelo Kriging da matriz de flexibilidade estrutural. Na geração do modelo Kriging foram consideradas 174 combinações de danos aleatórios para a matriz  $\mathbf{X}$ , no cálculo da função de Inverossimilhança realizou-se uma decomposição de Cholesky de  $\mathbf{R}$ , devido à possibilidade de manipular apenas a metade da matriz no processo de inversão, reduzindo o esforço computacional. No processo de estimação de  $\theta_k$  foram considerados como limites  $10^{-3}$  e  $10^2$ .

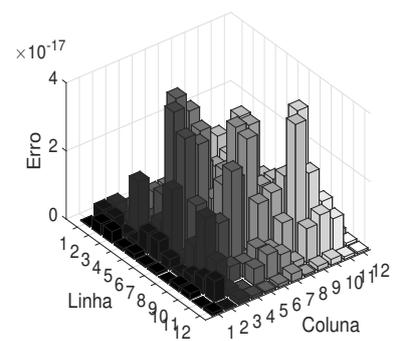
Com intuito de validar o modelo proposto, a Fig. 1 apresenta uma comparação entre a matriz de flexibilidade reduzida obtida pelo MEF e a correspondente matriz de flexibilidade



(a) MEF



(b) Kriging



(c) Diferença

Figura 1- Matrizes de flexibilidade sem dano e diferença entre os elementos.

prevista pelo Kriging, considerando-se a estrutura intacta. Pode-se observar que os erros entre os elementos é da ordem de  $10^{-17}$ .

Na avaliação da identificação de danos, foram considerados dois cenários de dano e três níveis de ruído diferentes, vide Tabela 1.

Tabela 1- Cenários de dano e níveis de ruído.

Caso	Posição (m)	$h(x)/h_0$	$\sigma_r$ (%)
1	0.6083	0,8	1
2	0.6083	0,8	2
3	0.6083	0,9	1
4	0.2433; 1.1558	0,8 e 0,8	1
5	0.2433; 1.1558	0,8 e 0,8	3

Os parâmetros adotados no método PSO são apresentados na Tabela 2. O processo de identificação dos danos foi realizado considerando-se 100 gerações do enxame de partículas ou o mesmo interrompido quando  $\mathcal{F} \leq 10^{-20}$ .

Tabela 2- Parâmetros do método PSO.

Tamanho do Enxame	$x_{i,min}$	$x_{i,max}$	$v_{i,min}$	$v_{i,max}$	$w_{i,min}$	$w_{i,max}$	$c_1$	$c_2$
200	0.512	1	0	100	0.4	0.9	2	2

Os Casos 1, 2 e 3 consideram o problema de identificação de danos em uma única região danificada no meio da viga, onde a matriz de flexibilidade experimental sintética foi corrompida com um ruído aditivo com nível igual a 1% ou 2%. Nos Casos 1 e 2 o dano resultou em redução de 20% na altura relativa da seção transversal. Já no Caso 3, a presença do dano resultou em redução de 10% na altura relativa, ou seja,  $h(x)/h_0 = 0,9$ .

As Figs. 2, 3 e 4 mostram os resultados de identificação de danos e o erro relativo nas seis primeiras frequências naturais para os Casos 1, 2 e 3.

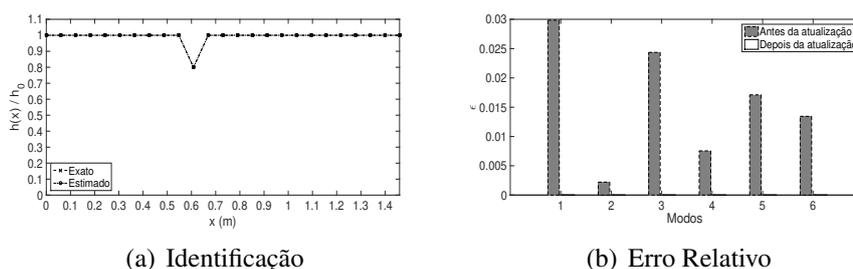


Figura 2- Identificação de danos para o Caso 1.

Como pode ser visto claramente nas Figs. 2, 3 e 4, a abordagem forneceu resultados acurados de identificação de danos, mesmo na presença de dados ruidosos.

Os Casos 4 e 5 consideram um cenário de dano composto por duas regiões danificadas próximas às extremidades da viga, através da redução de 20% na altura relativa da seção transversal, ou seja,  $h(x)/h_0 = 0,8$ , que corresponde a  $\beta(x) = 0,512$ . As formas modais experimentais foram corrompidas com 1% e 3% de ruído aditivo, respectivamente.

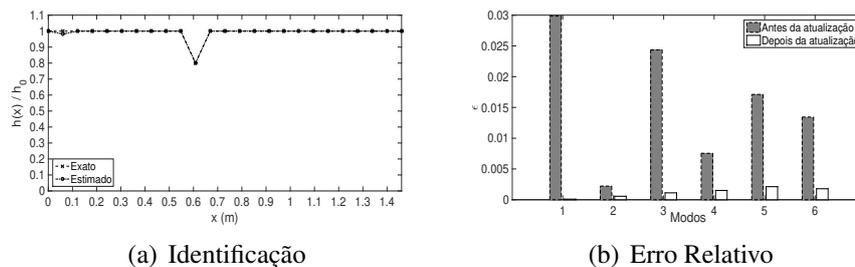


Figura 3- Identificação de danos para o Caso 2.

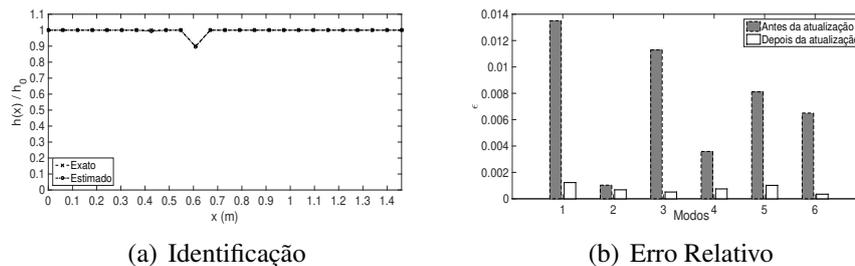


Figura 4- Identificação de danos para o Caso 3.

Os resultados da identificação de danos e o erro relativo nas frequências naturais para os Casos 4 e 5 são apresentados nas Figs. 5 e 6.

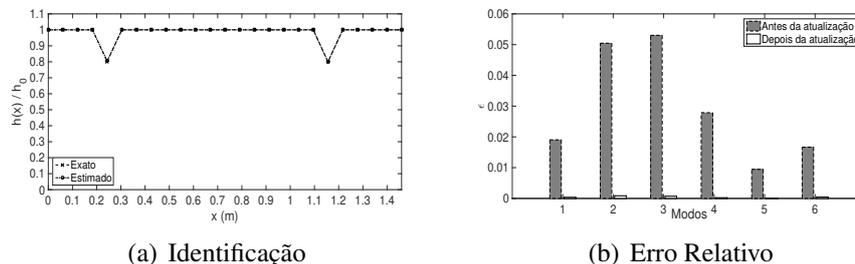


Figura 5- Identificação de danos para o Caso 4.

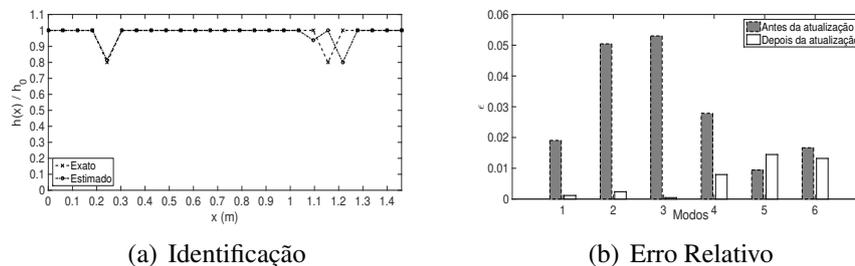


Figura 6- Identificação de danos para o Caso 5.

Pode-se notar, a partir da Fig. 5, que a estratégia localizou e quantificou com exatidão os danos presentes na estrutura, mesmo com a presença ruído. Entretanto, na Fig. 6, verifica-se

que a abordagem recuperou o dano da extremidade esquerda da viga com acurácia e o localizou a segunda região danificada, atribuindo o dano ao nó posterior ao realmente danificado.

## 6. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, o problema de identificação de danos estruturais em uma viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada foi resolvido considerando o ajuste de um modelo Kriging, em substituição de um MEF da estrutura. A solução do problema inverso de estimação, foi obtida pelo método PSO. A partir dos resultados apresentados, pode-se concluir que a estratégia adotada foi capaz de identificar os cenários de dano considerados, mesmo considerando a presença de ruído nos dados experimentais sintéticos. Como sugestões de trabalhos futuros, destaca-se a aplicação do modelo Kriging no problema de identificação de danos em estruturas do tipo placa e o uso de abordagens Bayesiana para a resolução do problema inverso.

### Referências

- Alvandi, A., Cremona, C. (2006), Assessment of vibration-based damage identification techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 229(2), 179–202.
- Kennedy, J., Sorensen, J. M. (1995), Particle swarm optimization. in *Proceedings of the International Conference on Neural Networks*. Piscataway, NJ.
- Santos, J. V. A., Maia, N. M. M. e Soares, M. M. (2008), Structural damage identification: A survey. Saxe-Coburg Publications, Scotland, 1-24.
- Silva Cardoso, P. H. (2016), “*Identificação de danos estruturais através do metamodelo de Kriging*”, Trabalho de Conclusão de Curso, Escola Politécnica/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Stutz, L. T., Castello, D. A., Rochinha, F. A. (2005), A flexibility-based continuum damage identification approach. *Journal of Sound and Vibration*, 279, 641-667.
- Stutz, L. T., Tenenbaum, R. A., Correa, R. A. P. (2015), The differential evolution method applied to continuum damage identification via flexibility matrix. *Journal of Sound and Vibration*, 345, 86-102.
- Yang, X., Guo, X., Ouyang, H. e Li, D. (2017), A Kriging Model Based Finite Element Model Updating Method for Damage Detection. *Applied Sciences*, 1-18.

### IDENTIFICATION OF STRUCTURAL DAMAGE IN A SIMPLY SUPPORTED EULER-BERNOULLI BEAM WITH THE KRIGING SURROGATE MODEL

**Abstract.** *The present work, is discuss the identification of structural damage in a simply supported Euler-Bernoulli beam is studied. The Kriging surrogate model was adopted in the problem of structural damage identification, based on the relation between the nodal cohesion parameters and elements of the flexibility matrix of the system. The inverse problem of damage identification is defined as a optimization one, where the objective is to minimize, with respect to the nodal cohesion parameters, the difference between the experimental response vector, composed with elements of the flexibility matrix obtained from a modal test on the supposed damaged structure, and the predicted by a Kriging surrogate model. The Particle Swarm Optimization (PSO) method was considered for solving the resulting inverse damage identification problem. Considering the numerical results, obtained it can be conclude that the strategy adopted proved to be able to locate and quantify the damage with accuracy.*

**Keywords:** *Damage identification, Kriging model, Flexibility matrix*