



08 a 11 de Outubro de 2018
Instituto Federal Fluminense
Búzios - RJ

ESTRATÉGIAS ADAPTATIVA E DE ACEITAÇÃO ATRASADA EM MÉTODOS DE MONTE CARLO COM CADEIAS DE MARKOV PARA A IDENTIFICAÇÃO DE DANOS ESTRUTURAIS EM VIGAS

Josiele da Silva Teixeira¹ - josyelly1@gmail.com

Leonardo Tavares Stutz² - ltstutz@iprj.uerj.br

Diego Campos Knupp³ - diegoknupp@iprj.uerj.br

Antônio José da Silva Neto⁴ - ajsneto@iprj.uerj.br

^{1,2,3,4}Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico - Nova Friburgo, RJ

Abstract. *O presente trabalho tem por objetivo a solução de problemas inversos visando a identificação de falhas estruturais. Na solução do problema direto, serão considerados o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o metamodelo de Superfície de Resposta, sendo o primeiro usualmente adotado na formulação dos problemas de identificação de danos. Neste trabalho, a integridade da estrutura é continuamente descrita por um parâmetro estrutural denominado parâmetro de coesão. Sendo assim, o problema direto será parametrizado pelo mesmo, utilizando-o como indicativo de danos na estrutura. O problema de identificação de danos é formulado como um problema inverso, cujo objetivo é estimar o parâmetro de coesão da estrutura. Para a solução do Problema inverso são utilizados os métodos de Monte Carlo com Cadeias de Markov convencional (MCMC) e adaptativo (adpMCMC). No entanto, devido ao alto custo computacional inerente aos MEFs, será implementado o adpMCMC combinado com o método de aceitação atrasada, onde o Metamodelo de Superfície de Resposta (MSR) será utilizado em substituição ao MEF, com o objetivo de reduzir o custo computacional. Um conjunto de resultados numéricos é apresentado, onde considera-se diferentes arranjos experimentais e um nível de ruído para as duas técnicas de solução adotadas.*

Keywords: *Identificação de danos, Inferência Bayesiana, Cadeia de Markov*

1. INTRODUÇÃO

A avaliação da integridade estrutural baseia-se na aplicação de técnicas e procedimentos que permitem verificar o desempenho de uma estrutura, determinando assim, as condições de segurança da mesma. Os diversos tipos de estruturas, tais como pontes, barragens, aviões e navios, mesmo em condições normais de operação, sofrem um processo de degradação, seja por desgaste, deterioração, influência do meio ambiente, entre outros. Acidentes envolvendo a perda da integridade de estruturas importantes como essas traz à sociedade grande impacto social e econômico. Por isso, estruturas importantes devem ter sua integridade avaliada periodicamente

para evitar deteriorações que as levem a sua total interdição ou, ainda pior, ao seu colapso (Mukhopadhyay & Ihara, 2011). Sendo assim, torna-se imprescindível o desenvolvimento de técnicas apropriadas que visam monitorar continuamente a integridade da estrutura, assim como detectar possíveis danos existentes na mesma, permitindo a implementação preventiva de ações eficientes de manutenção e reparo. Essas medidas geram impactos diretos na redução dos custos operacionais, mantém o funcionamento adequado e também aumentam a vida útil da estrutura em estudo.

Destacada a importância do monitoramento estrutural, o presente trabalho propõe a aplicação da abordagem Bayesiana para a identificação de danos estruturais. Devido a sua grande aplicabilidade e eficiência, os métodos Bayesianos estão, cada vez mais, sendo utilizados pela comunidade científica para resolução de problemas em diversas áreas de interesse (Malakoff, 1999). Além de permitir que informações a priori sejam incorporadas ao modelo, a facilidade de incorporá-las em um contexto formal de decisão, o tratamento explícito das incertezas do problema e a habilidade de assimilar novas informações em contextos adaptativos são algumas de suas vantagens (Costa, 2004). Nesta abordagem, as grandezas do problema são modeladas como variáveis aleatórias e são utilizadas Funções de Distribuição de Probabilidade (PDF) para incorporar, ao processo de identificação de danos, informações prévias sobre os parâmetros a serem estimados. Ao final do processo, obtém-se uma estimativa da função de distribuição de probabilidade do parâmetro de interesse.

O processo de identificação de danos é então baseado em alterações na resposta da estrutura provocadas pela presença dos mesmos. A integridade da estrutura é descrita por um parâmetro estrutural contínuo denominado parâmetro de coesão (Stutz et al., 2005), estando o mesmo relacionado com a ligação entre os pontos materiais do corpo, podendo assumir, idealmente, valores no intervalo $[0,1]$ e formando um campo contínuo definido no domínio do corpo. Neste trabalho, o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Metamodelo de Superfície de Resposta (MSR) serão utilizados para solução do problema direto que, por sua vez, serão parametrizados pelo parâmetro de coesão da estrutura (Reddy, 1984; Myers, 2009). O MSR será utilizado no método de aceitação atrasada (Delayed Acceptance) com o objetivo de otimizar o custo computacional, visto que seu custo computacional é consideravelmente menor que o custo do MEF, pois essa metodologia gera polinômios.

O problema inverso de identificação de danos é formulado de forma a atualizar os parâmetros de coesão do modelo e a sua solução será obtida por meio de Inferência Bayesiana, onde serão empregados os métodos de Monte Carlo com Cadeias de Markov convencional (MCMC) e adaptativo (adpMCMC), implementados através do Algoritmo de Metropolis-Hastings (Brooks et al., 2011; Teixeira et al., 2018). Apesar dos métodos MCMC convencionais serem robustos e eficazes na solução de problemas inversos, podem apresentar algumas dificuldades em explorar adequadamente o espaço de busca dos parâmetros. Sabe-se que a eficiência do algoritmo de Metropolis-Hastings pode ser melhorada via ajuste cuidadoso da distribuição de probabilidade auxiliar utilizada neste algoritmo. Se adaptação for realizada adequadamente, o algoritmo pode convergir mais rapidamente do que a sua versão clássica (Brooks et al., 2011). Os resultados obtidos, assim como o custo computacional dos métodos MCMC convencional e adaptativo serão comparados entre si, afim de verificar a eficácia dessas metodologias na solução do problema de identificação de danos estruturais.

A seção 2 apresenta a formulação do problema direto onde é descrito o parâmetro de coesão e a equação que modela o problema, é descrito também o Metamodelo de Superfície de Resposta. Na seção 3 tem-se a definição do problema de identificação de danos como solução do problema inverso via inferência Bayesiana, apresentação dos métodos de Monte Carlo via

cadeias de Markov convencional, adaptativo e de aceitação atrasada. Na seção 4 apresenta-se um conjunto de resultados numéricos levando-se em conta diferentes arranjos experimentais. E na seção 5 apresenta-se as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DIRETO

Neste trabalho, a integridade da estrutura é considerada como sendo continuamente descrita, no domínio do corpo, por um parâmetro estrutural denominado parâmetros de coesão $\beta(x)$ (Stutz et al., 2005). Este parâmetro está relacionado com a ligação entre os pontos materiais e pode ser interpretado como uma medida do estado de coesão local do material, onde $0 \leq \beta \leq 1$. Se $\beta = 1$, considera-se que todas as ligações entre os pontos materiais foram preservadas, ou seja, não há defeito na estrutura. Se $\beta = 0$, considera-se uma ruptura local, pois todas as ligações entre os pontos materiais foram desfeitas.

Considerou-se que o dano afeta apenas as propriedades elásticas da estrutura. Deste modo, a matriz de rigidez do MEF da estrutura pode ser escrita como

$$\mathbf{K}(\beta_h) = \int_{\Omega} \beta(x) E_0 I_0 \mathbf{H}^T(x) \mathbf{H}(x) d\Omega, \quad (1)$$

onde \mathbf{H} é o operador diferencial discretizado, E_0 e I_0 são, respectivamente, os valores nominais do módulo de elasticidade e do momento de inércia de área e β representa o campo de coesão no domínio elástico Ω da estrutura. Portanto, o parâmetro de coesão representa qualquer alteração, provocada pela presença de danos estruturais, na rigidez à flexão da estrutura. Por simplicidade, considerando-se uma viga de seção transversal retangular e com módulo de elasticidade uniforme, o campo de coesão pode ser escrito como

$$\beta(x) = \left(\frac{h(x)}{h_0} \right)^3, \quad (2)$$

onde h_0 e $h(x)$, indicam, respectivamente, a espessura nominal e a espessura da viga na posição x . O vetor de parâmetros nodais de coesão é definido como

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{np}]^T, \quad (3)$$

onde np é o número total de parâmetros de coesão do modelo. Portanto, considerando-se as Eqs. (2) e (3), nos nós defeituosos tem-se $h(x)/h_0 < 1$, e nos nós onde não há danos, tem-se $h(x)/h_0 = 1$.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é empregado para obtenção de uma solução aproximada, fisicamente satisfatória, da equação que modela o problema físico abordado, através do qual obtém-se o seguinte sistema de equações lineares

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}(\boldsymbol{\beta})\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (4)$$

em que \mathbf{u} é o vetor de coordenadas generalizadas, \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{D} é a matriz de amortecimento, $\mathbf{K}(\boldsymbol{\beta})$ é a matriz de rigidez e \mathbf{f} é o vetor de carregamento.

2.1 Metamodelo de Superfície de Resposta

As frequências naturais não-amortecidas serão utilizadas no Metamodelo de Superfície de Resposta, sendo estas, obtidas a partir do seguinte problema de autovalor-autovetor generalizado, escrito na forma matricial como

$$\mathbf{K}\Phi = \Lambda\mathbf{M}\Phi, \quad (5)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa e as matrizes modais Φ e Λ constituem, respectivamente, a matriz de autovetores e autovalores, dadas por

$$\Phi = [\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \dots \quad \Phi_n] \quad \Lambda = \text{diag}(\omega_i^2), \quad i = 1, \dots, n, \quad (6)$$

onde Φ_i representa a i -ésima forma modal da estrutura e ω_i^2 sua correspondente frequência natural não-amortecida.

O MSR é obtido através das relações entre parâmetros da estrutura (os parâmetros nodais de coesão), e as respostas de interesse (frequências naturais). Desta forma, para uma dada resposta escalar y , tem-se

$$y = f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{np}) + \varepsilon, \quad (7)$$

onde $f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{np})$ representa a relação entre a resposta e as variáveis independentes e ε sendo o resíduo. Em geral, os parâmetros do modelo devem ser codificados, em $x_i \in [-1, 1]$. Esta relação pode ser aproximada por polinômios de baixa ordem em algumas regiões relativamente pequenas do espaço definido pelas variáveis independentes, sendo então comumente utilizados modelos de primeira ou segunda ordem. Dessa forma, a Eq. (7) através da codificação, pode ser reescrita como

$$\hat{y} = f(x_1, x_2, \dots, x_{np}) + \varepsilon = \hat{b}_0 + \sum_{i=1}^{np} \hat{b}_i x_i + \sum_{i=1}^{np} \hat{b}_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^{np} \sum_{j=2}^{np} \hat{b}_{ij} x_i x_j. \quad (8)$$

Para a determinação dos coeficientes da função de resposta, estima-se o vetor de coeficientes $\hat{\mathbf{b}}$ utilizando o método dos mínimos quadrados, dado por

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}, \quad (9)$$

onde \mathbf{y} é o vetor contendo resposta y , \mathbf{X} é a denominada matriz de projeto, que contém os parâmetros x_i e ε o vetor contendo os resíduos do modelo. Para cada resposta escalar \hat{y} determina-se uma superfície de resposta, neste trabalho, por simplicidade, será denominado MSR o conjunto das superfícies de resposta.

3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

Uma ferramenta eficaz para o ajuste de modelos computacionais é a abordagem inversa, que permite a estimação de parâmetros do problema em análise, onde leva-se em consideração dados experimentais para ajuste de grandezas desconhecidas (Ozisk & Orlande, 2000).

Do ponto de vista Bayesiano, a solução do problema inverso, dadas as observações experimentais *a posteriori* \mathbf{Z}_E , é uma função de densidade de probabilidade de β , que pode ser escrita, de acordo com a fórmula de Bayes, como

$$P_{post}(\beta|\mathbf{Z}_E) = \frac{P(\mathbf{Z}_E|\beta)P_{pr}(\beta)}{P(\mathbf{Z}_E)}$$

onde $P_{pr}(\beta)$ é a distribuição de probabilidade *a priori* do parâmetro de coesão, $P(\mathbf{Z}_E)$ é a densidade marginal e $P(\mathbf{Z}_E|\beta)$ é a verossimilhança.

Amostras da distribuição *a posteriori* de interesse, cuja simulação direta é inviável, podem ser obtidas a através dos métodos MCMC. Com base em cadeias de Markov, os valores são gerados iterativamente. A ideia geral dos métodos MCMC é simular amostras aleatórias no domínio do parâmetro β , de tal forma, que a distribuição estacionária das amostras convirja para a distribuição *a posteriori* $P_{post}(\beta|\mathbf{Z}_E)$.

3.1 Método de Monte Carlo via Cadeias de Markov convencional e Adaptativo

Para a obtenção das cadeias de Markov são utilizadas algoritmos específicos, neste trabalho foi utilizado o algoritmo de Metropolis-Hastings, que faz uso de uma função densidade de probabilidade auxiliar \mathbf{q} , da qual seja fácil se obter valores amostrais.

Supondo que a cadeia de um dado parâmetro de coesão esteja em um estado β^{i-1} , um novo valor candidato β^* será gerado da distribuição auxiliar $\mathbf{q}(\beta^*|\beta^{i-1})$, dado o estado atual da cadeia β^{i-1} . O novo valor β^* pode ser aceito com probabilidade dada pela **Razão de Hastings**

$$\gamma = \min \left[1, \frac{P(\beta^*)\mathbf{q}(\beta^{i-1}|\beta^*)}{P(\beta^{i-1})\mathbf{q}(\beta^*|\beta^{i-1})} \right] \quad (10)$$

O algoritmo de Metropolis-Hastings pode ser especificado pelos seguintes passos:

Passo 1. Iniciar a cadeia com um estado inicial β^0 ;

Passo 2. Gerar um candidato β^* a partir do estado atual β^{i-1} , usando a distribuição auxiliar $\mathbf{q}(\beta^*|\beta^{i-1})$;

Passo 3. Calcular o fator de aceitação γ ;

Passo 4. Gerar um número aleatório U a partir de uma distribuição uniforme entre 0 e 1;

Passo 5. Se $U \leq \gamma$ então o candidato é aceito e faz-se $\beta^i = \beta^*$, caso contrário, o candidato é rejeitado e faz-se $\beta^i = \beta^{i-1}$;

Passo 6. Incrementar o contador e voltar ao passo 2, a fim de gerar a cadeia de Markov $\{\beta^1, \beta^2, \dots, \beta^{N_{mcmc}}\}$, onde N_{mcmc} é o tamanho da cadeia.

Os estados gerados até que se alcance o equilíbrio são chamados de amostras de aquecimento (burn-in), cujo comprimento será denotado por N_{burnin} (Kaipio & Somersalo, 2004). Para que se possa realizar a inferência estatística dos parâmetros de coesão, os estados de aquecimento são descartados.

A eficiência do algoritmo de Metropolis-Hastings pode ser melhorada através de um ajuste cuidadoso da distribuição auxiliar (\mathbf{q}) (Teixeira et al., 2016). Neste trabalho, considerou-se para cada parâmetro de coesão, uma distribuição auxiliar uniforme com o suporte adaptável, dado por (Teixeira et al., 2018)

$$D_{adp} = \gamma_{sd}(\beta^j - \beta^0)^2 \quad (11)$$

em que j é o estado atual da cadeia, β^0 é o estado inicial das cadeias (ou seja, todos os parâmetros iguais a 1, pois considerou-se como estado inicial a estrutura intacta) e γ_{sd} é uma

contante real. O processo adaptativo se inicia após t_0 iterações da cadeia Markov, sendo assim, inicialmente os parâmetros percorrem o espaço de busca utilizando um suporte fixo e igual para todos os parâmetros e somente após t_0 iterações esse suporte será adaptado.

Foi também realizada uma outra adaptação para que a taxa de aceitação fique em torno de uma faixa pré-estabelecida. Essa adaptação foi incorporada na constante γ_{sd} que se inicia em 1, e é adaptado a partir de t_0 como segue:

$$\gamma_{sd} = \begin{cases} \gamma_{sd} * (1 - \lambda), & \text{se } Tx.Ac < Tx_{inf}, \\ \gamma_{sd} * (1 + \lambda), & \text{se } Tx.Ac > Tx_{sup} \end{cases} \quad (12)$$

em que para definição do algoritmo a taxa deve estar entre $Tx_{inf} = 0.1$ e $Tx_{sup} = 0.4$ e considerou-se ainda $\lambda = L_i + (L_s - L_i) * r$, $L_i = 0.05$, $L_s = 0.15$ e r é um número aleatório entre 0 e 1. Após o burn-in ambas as adaptações não são mais realizadas e então o suporte segue constante e igual ao suporte obtido até o burn-in.

3.2 Método de Aceitação Atrasada

Seja π a densidade alvo com probabilidade de transição P . O método da aceitação atrasada utiliza aproximações π' com probabilidade de transição P' (menos custosas computacionalmente) de π em dois estágios. Neste trabalho, será considerado o MSR como sendo o modelo aproximado do MEF. No primeiro estágio, π é substituída por π' na razão de Hastings, dessa forma o candidato é aceito ou não com probabilidade (Sherlock et al., 2015)

$$\alpha'_1(\beta^i, \beta^*) = \min \left[1, \frac{P'(\beta^*) \mathbf{q}(\beta^i | \beta^*)}{P'(\beta^i) \mathbf{q}(\beta^* | \beta^i)} \right] \quad (13)$$

O segundo estágio é aplicado a todos os candidatos que passaram no primeiro estágio e um candidato só é definitivamente aceito se passar em ambos os estágios. No estágio dois a probabilidade de aceitação é dada por (Sherlock et al., 2015)

$$\alpha'_2(\beta^i, \beta^*) = \min \left[1, \frac{P(\beta^*) P'(\beta^i)}{P(\beta^i) P'(\beta^*)} \right]. \quad (14)$$

4. RESULTADOS

Neste trabalho, considerou-se uma viga bidimensional de Euler-Bernoulli de aço e simplesmente apoiada. As simulações foram realizadas com uma discretização espacial da viga em 24 elementos. A imposição do dano à viga é realizada através de uma redução na altura relativa da seção transversal, nos nós contidos no interior das regiões danificadas. Os dados experimentais são obtidos a partir da resposta impulsiva do sistema, dada pelo MEF, para um valor prescrito de β . O ruído, adicionado aos dados experimentais, é definido indiretamente pela razão sinal ruído, que é dada por $SNR = 10 \log(P_s/P_n)$, em que P_s e P_n correspondem à potência do sinal s e à potência do ruído n , respectivamente. Neste trabalhos utilizou-se apenas um nível de ruído de 30dB para as simulações.

Para a obtenção dos dados utilizados no processo de identificação de danos estruturais, considera-se um impulso de Dirac em $x = 0,2433\text{m}$ e a resposta impulsiva foi medida na

mesma posição. Foi considerado apenas o cenário com dois danos nas posições $x = 0,5475\text{m}$ e $1,2775\text{m}$ e ambos com uma altura relativa $h(x)/h_0 = 0.8$. Um passo constante $d = 0.0005$ é considerado para todas as distribuições auxiliares no MCMC convencional. Já para o MCMC Adaptado, o processo de adaptativo do passo se inicia após $t_0 = 5.000$ estados. Utilizou-se uma cadeia de Markov com 150.000 estados e um burn-in de 75.000 para ambas as metodologias abordadas. Como informação *a priori*, $P_{pr}(\beta)$, foi utilizado, para as duas metodologias, uma distribuição de probabilidade Normal com média 1,0 e desvio padrão $\sigma_{pr} = 0,3$.

Quatro arranjos experimentais foram considerados com o intuito de realizar uma breve análise acerca do tipo de resposta utilizada e da quantidade de sensores utilizados para a obtenção da resposta. As seguintes análises serão consideradas:

1) Consideração da resposta impulsiva em termos do deslocamento e da aceleração, onde será considerada uma frequência de amostragem de 1.000 Hz para o cálculo do ruído, acrescentado aos dados experimentais sintéticos, considerando um intervalo de tempo de 10s. No entanto, no processo de estimação serão considerados apenas os primeiros 500 pontos da resposta impulsiva, ou seja, será considerado apenas o primeiro intervalo de 0,5s.

2) Acréscimo de um sensor para a obtenção da resposta da viga. Além do sensor posicionado em $x = 0,2433\text{m}$, que se refere ao nó 5 da malha de elementos finitos, será considerado mais um sensor na posição $x = 0,6083\text{m}$, que se refere ao nó 11.

A Tabela 1 mostra os casos que serão analisados a seguir, especificando as características de cada teste, agrupadas segundo o objetivo principal das análises.

Table 1- Casos considerados

Tipo de resposta	Qtd. de sensores	Metodologia	Caso
Deslocamento (D)	1 sensor (1S)	MCMC	Caso 1
		adpMCM	Caso 2
	2 sensores (2S)	MCMC	Caso 3
		adp-MCMC	Caso 4
Aceleração (A)	1 sensor (1S)	MCMC	Caso 5
		adpMCM	Caso 6
	2 sensores (2S)	MCMC	Caso 7
		adp-MCMC	Caso 8

A Figura 1 apresenta os campos de dano exato e estimado, além do intervalo com um grau de confiança de 95%, obtidos para os casos estudados e a Tabela 2 apresenta as propriedades estatísticas amostrais das distribuições *a posteriori* dos parâmetros de coesão β_{10} e β_{22} , para todos os casos. São apresentadas as médias estimadas (μ), os erros relativos (E_r) entre o valor estimado e o valor exato ($\beta_{exato} = 0,512$), os desvios padrões (σ) e as taxas de aceitação (Tx.Ac) e ainda o valor de RMS (Root Mean Square), que se refere à todos os parâmetros estimados. O erro relativo é definido como

$$E_r = \frac{|\beta_{estimado} - \beta_{exato}|}{\beta_{exato}}, \quad RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{23} (\mu_{i,estimado} - \beta_{i,exato})^2}{23}} \quad (15)$$

Figure 1- Resultado da identificação de danos

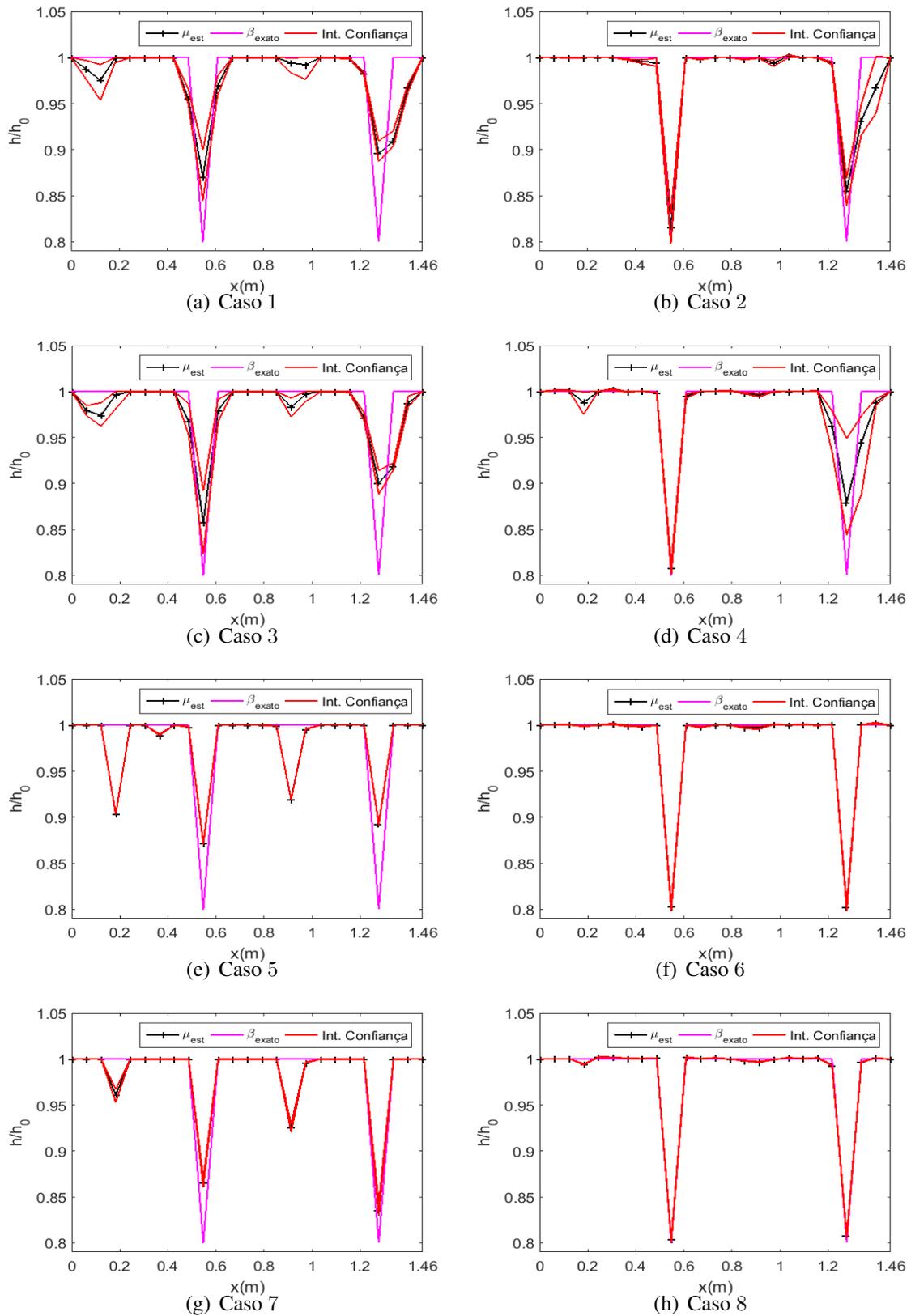


Table 2- Propriedades Estatísticas Amostrais

	μ	σ	E_r	I. C	RMS	Tx.Ac	
Caso 1	β_{10}	0,659390	0,039119	0,287871	[0,603706; 0,728504]	0,085985	3%
	β_{22}	0,719194	0,015871	0,404675	[0,697893; 0,752333]		
Caso 2	β_{10}	0,540603	0,016807	0,055865	[0,508002; 0,572940]	0,051337	19%
	β_{22}	0,624920	0,017147	0,220546	[0,590096; 0,656937]		
Caso 3	β_{10}	0,629987	0,046792	0,230443	[0,558628; 0,710401]	0,079563	3%
	β_{22}	0,730460	0,019452	0,426679	[0,701220; 0,763827]		
Caso 4	β_{10}	0,525163	0,005511	0,025708	[0,514858; 0,536327]	0,054248	17%
	β_{22}	0,679754	0,073242	0,327644	[0,601443; 0,855054]		
Caso 5	β_{10}	0,648158	0,000500	0,265933	[0,646980; 0,648632]	0,051257	0,15%
	β_{22}	0,684698	0,000935	0,337300	[0,682651; 0,685693]		
Caso 6	β_{10}	0,515811	0,003447	0,007443	[0,508982; 0,522378]	0,003659	15%
	β_{22}	0,514764	0,003288	0,005398	[0,508349; 0,521381]		
Caso 7	β_{10}	0,628556	0,001317	0,227648	[0,627721; 0,632462]	0,058624	0,5%
	β_{22}	0,573287	0,002050	0,119701	[0,570782; 0,578839]		
Caso 8	β_{10}	0,517163	0,001539	0,010083	[0,514149; 0,520168]	0,007676	21%
	β_{22}	0,524886	0,001642	0,025167	[0,521697; 0,528089]		

Observa-se pela Figura 1 e Tabela 2 que, para todos os casos estudados, o adpMCMC obteve resultados mais acurados em relação ao MCMC convencional, apresentando os menores valores de RMS e erros relativos, e consequentemente médias mais próximas dos valor exato, além de boas taxas de aceitação. Para o MCMC convencional observa-se que apesar da metodologia localizar os danos reais da estrutura ele também identificou falsos danos, onde para os resultados obtidos utilizando a resposta em termos da aceleração, esses danos falsos apresentaram intensidades significativas, o que prejudica a sua eficácia. Além disso, observa-se taxas de aceitação muito baixas, indicando assim um processo de estagnação de suas cadeias de Markov. Já o adpMCMC apresentou resultados menos acurados, para o dano localizado mais ao final da viga, quando utilizou-se a resposta impulsiva em termos do deslocamento, onde observa-se uma distribuição do dano para os nós vizinhos e também uma intensidade menor que o valor exato. Para ambas as metodologias, a utilização de dois sensores não apresentou melhora significativa na solução do problema.

Com relação ao custo computacional, o tempo de execução do MCMC foi de aproximadamente 50 min enquanto que o tempo do adpMCMC combinado com o método de aceitação atrasada foi de aproximadamente 26 min, ou seja, houve uma redução de 50% do tempo, aproximadamente. Portanto, o método de aceitação atrasada logrou êxito em reduzir significativamente o custo computacional do MCMC.

5. CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo principal a aplicação da abordagem Bayesiana na identificação de danos estruturais. Apresentou-se uma formulação do problema direto, cuja solução foi obtida através do MEF e do MSR. O campo dano estrutural foi modelado pelo parâmetro de coesão estrutural (β). A solução do problema inverso foi obtida pelos métodos de Monte Carlo com cadeias de Markov convencional e Adaptativo, onde o método adaptativo foi combinado com o método de aceitação atrasada. Os dados experimentais foram corrompi-

dos com um de ruído de 30dB. Observou-se que o método MCMC adaptativo, nas condições adotadas neste trabalho, obteve resultados mais acurados em relação ao método MCMC convencional, conseguindo identificar acuradamente os danos existentes na estrutura. O método de aceitação atrasada logrou êxito em reduzir significativamente o custo computacional do MCMC. Como sugestões para trabalhos futuros propõe-se a aplicação dos métodos apresentados em cenários de danos diferentes e também a consideração de estruturas mais complexas, como uma placa, por exemplo.

Os autores agradecem as agências de fomento à pesquisa CAPES, CNPq e FAPERJ.

REFERENCES

- Brooks, S., Gelman, A., Jones, G. L., and Meng, X. L. (2011), “*Handbook of Markov Chain Monte Carlo*”, 1^o ed., Taylor and Francis Group, Boca Raton.
- COSTA, W. U. Técnicas bayesianas para engenharia elétrica. Informe de pesquisa, 1–18.
- Kaipio, J.P. e Somersalo, E. (2004), “*Statistical and Computational Inverse Problems*”, 1^o ed., Springer-Verlag, New York.
- Malakoff, D. M. (1999), Bayes Offers “New” Way to Make Sense of Numbers. *Journal of Science*, 268, 1460-1464.
- Mukhopadhyay, S. C. and Ihara, I. (2011), Sensors and technologies for structural health monitoring: a review. *Journal Lecture Notes in Electrical Engineering*. Berlin: Springer, 96, 1-14.
- Myers, R. H., Montgomery, D. C. and Cook, C. M. A. (2009), “*Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*”, John Wiley and Sons, New Jersey.
- Ozisik, M. N. and Orlande, H. R. B. (2000), “*Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications*”, 1^o ed., Taylor & Francis, New York.
- Reddy, J. N. (1984), “*An Introduction to the Finite Element Method*”, McGraw-Hill, New York.
- Sherlock, C., Golightly, A. and Henderson, D. A. (2015), Adaptive, delayed-acceptance MCMC for targets with expensive likelihoods. *Journal eprint arXiv:1509.00172*, 1, 1-50.
- Stutz, L. T., Castello, D. A. and Rochinha, F. A. (2005), A flexibility-based continuum damage identification approach. *Journal of Sound and Vibration*, 279, 641–667.
- Teixeira, J. S., Stutz, L.T., Knupp, D. C. and Silva Neto, A. J. S. (2016), Structural damage identification via time domain response and markov chain monte carlo method. *Journal of Inverse Problems in Science and Engineering*, 24, 1-27.
- Teixeira, J. S. (2018), “Estratégias populacionais, adaptativas e de aceitação atrasada em métodos de Monte Carlo com cadeias de Markov para a identificação de danos estruturais em vigas”. Tese de Doutorado, IPRJ/UERJ, Nova Friburgo.

ADAPTIVE AND DELAYED ACCEPTANCE STRATEGIES IN MARKOV CHAIN MONTE CARLO METHOD FOR THE IDENTIFICATION OF STRUCTURAL DAMAGE IN BEAMS

Abstract. *The present work has the objective of solving inverse problems aiming at the identification of structural failures. In the solution of the direct problem, the Finite Element Model (FEM) and the Response Surface metamodel (RSM) will be considered, the first one usually adopted in the formulation of the problems of identification of damages. In this work, the integrity of the structure is continuously described by a structural parameter called the cohesion parameter. Thus, the direct problem will be parameterized by the same, using it as indicative of damage to the structure. The problem of damage identification is formulated as an inverse problem, whose objective is to estimate the cohesion parameter of the structure. For the solution of the inverse problem the standard and adaptive Markov chain Monte Carlo methods are used. However, due to the high computational cost inherent to the FEMs, the adpMCMC will be implemented in combination with the delayed acceptance method, where the Response Surface Metamodel (RSM) will be used instead of the FEM, in order to reduce the computational cost. A set of numerical results is presented, where different experimental arrangements and a noise level are considered for the two solution techniques adopted.*

Keywords: *Damage identification, Bayesian inference, Markov chain*